

1. Aufgabenblatt: Analysis 2

Lehrkräfteweiterbildung, 13 Q, 13 R, Winter 2024/25

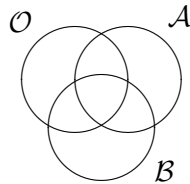
Dozent: Hans-Joachim von Höhne

Aufgabe 1.1

1) Listen Sie alle Typen von reellen Intervallen auf; unterscheiden Sie dabei, ob die Grenzen reelle Zahlen oder $\pm\infty$ sind, und ob sie zum Intervall gehören oder nicht. (10 Stück)

2) Klären Sie für jedes in 1) gefundene Intervall, ob es offen ist, ob es abgeschlossen ist und ob es beschränkt ist.

3) Sei \mathcal{O} die Menge der offenen Intervalle, \mathcal{A} die Menge der abgeschlossenen Intervalle und \mathcal{B} die Menge der beschränkten Intervalle. Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm für \mathcal{O} , \mathcal{A} und \mathcal{B} , und tragen Sie die in 1) gefundenen Elemente ein.



Aufgabe 1.2 Zeigen Sie:

1) $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$, ist gleichmäßig stetig.

2) $g :]0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 1/x$, ist nicht gleichmäßig stetig.

Aufgabe 1.3

1) Wiederholen Sie die Begriffe Supremum und Infimum einer Teilmenge von \mathbb{R} .

2) Welche Rolle spielen die Begriffe in der axiomatischen Beschreibung von \mathbb{R} ?

3) Sei $A \subset \mathbb{R}$ und $s \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie: s ist genau dann das Supremum von A , wenn die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind:

$$\text{i) } s \text{ ist obere Schranke von } A, \quad \text{ii) } \forall t < s \exists a \in A : t < a$$

4) Zeigen Sie: Ist $A \subset \mathbb{R}$ beschränkt und $\emptyset \neq B \subset A$, so gilt:

$$\inf A \leq \inf B \quad \text{und} \quad \sup B \leq \sup A$$